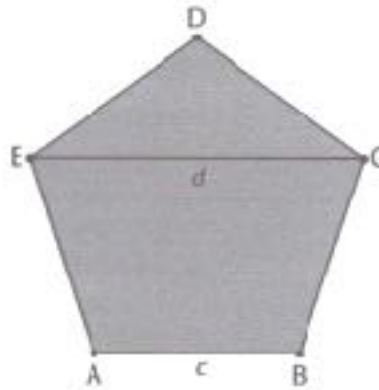


I. Aire d'un pentagone régulier

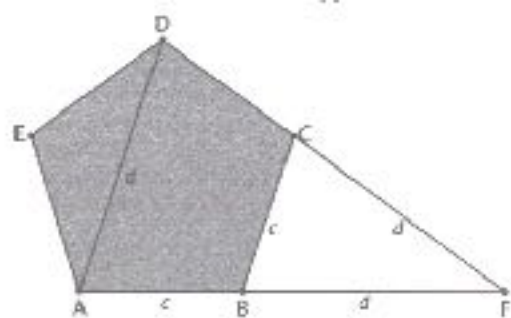
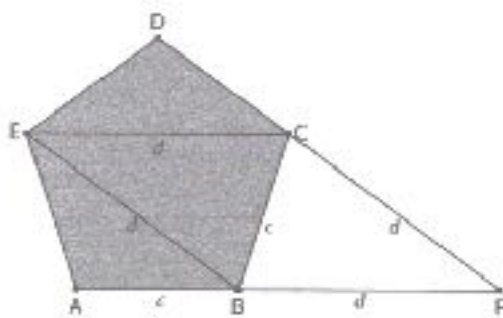
On considère un pentagone régulier.

On note c et d les longueurs respectives d'un côté et d'une diagonale (figure ci-dessous).



On admet que dans un pentagone régulier :

- toutes les diagonales sont de même longueur.
- chaque diagonale est parallèle à un côté du pentagone.
- deux diagonales issues d'un même sommet forment un losange avec les prolongements des deux côtés qui leur sont respectivement parallèles.



1. Justifier que : $d = c + c$

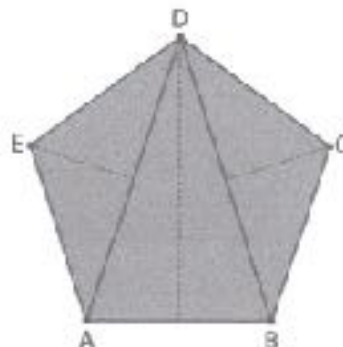
2. On pose le rapport entre la longueur d'une diagonale et celle d'un côté du pentagone régulier : $\varphi =$

a) Justifier que φ est solution de l'équation : $x^2 - x - 1 = 0$.

b) En déduire que : $\varphi =$

3. Afin de calculer l'aire d'un pentagone régulier on peut décomposer celui-ci en 3 triangles EAD, DAB et CBD

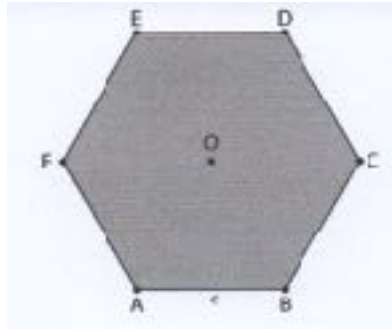
(figure ci-dessous) :



Démontrer que l'aire du pentagone ABCDE, en fonction de c et φ , est égale à : $(\frac{5}{2}c^2\varphi)$.

II. Aire d'un hexagone

Considérons un hexagone régulier de centre O et notons c la longueur d'un côté. Justifier que l'aire de cet hexagone en fonction de c est égale à :



III. Le ballon de foot

L'icosaèdre est le polyèdre régulier qui possède le plus de faces (20 faces en formes de triangles équilatéraux qui se rejoignent par cinq à chaque sommet).

Les angles de ses sommets sont trop pointus pour utiliser ce polyèdre comme ballon de foot, on décide alors d'amputer chaque arête du tiers de sa longueur de chaque côté.

Les faces triangulaires initiales sont alors changées en hexagones, tandis que les morceaux enlevés autour de chaque sommet donnent naissance à des pentagones réguliers.

Le polygone obtenu est un icosaèdre tronqué formé par **20 hexagones réguliers et 12 pentagones réguliers de même côté.**

Les contraintes imposées par la réglementation internationale de football indiquent que la circonférence d'un ballon doit mesurer entre 68 cm et 70 cm.



Icosaèdre



Icosaèdre tronqué



ballon de foot
(Icosaèdre tronqué gonflé)

Démontrer qu'il faut plus de 4 mètres de fil de couture pour assembler un tel ballon