

## Préparation des Olympiades de 1<sup>ères</sup> du mercredi 13 mars 2019

### **Black dices : le black jack aux dés**

Alice et Bob jouent au « Black dices ».

Il s'agit d'une variante du Black Jack qui se joue en 2 tours avec 3 dés, et où, comme dans la version casino

avec des cartes, l'on doit chercher à s'approcher d'un score de 21, sans toutefois le dépasser.

On va étudier ici une version simplifiée à 2 dés, supposés bien sûr équilibrés, pour un score limite de 15.

Voici comment se déroule une partie :

**Premier tour :** les joueurs lancent chacun les 2 dés et calculent le total obtenu.

**Deuxième tour :** suivant le résultat obtenu au premier tour, chacun des deux joueurs peut décider de s'arrêter

(stratégie 0), ou bien de relancer un (stratégie 1) ou deux dés (stratégie 2), et d'ajouter le total obtenu à celui du premier tour.

L'objectif est d'avoir le plus grand score, sans toutefois dépasser 15.

En cas d'égalité, c'est le joueur qui a joué le premier qui est déclaré vainqueur.

### **Préliminaires**

1. Au premier tour, on peut obtenir un total allant de 2 à 12.

Donner la probabilité d'obtention de chacun de ces scores sous la forme d'un tableau.

### **Partie 1 : Stratégie pour Alice**

Alice et Bob jouent une partie. A l'issue du premier tour, Alice a obtenu 8.

2. Bob joue son deuxième tour, et obtient un total de 12.

a) Quelle est la probabilité pour Alice de dépasser 15 si elle choisit la stratégie 2 (elle relance les deux dés) ?

b) Déterminer la stratégie qu'Alice doit choisir si elle veut optimiser ses chances de battre Bob, et donner la probabilité correspondante.

3. Même question que 2.b) en supposant maintenant que Bob obtient 11 à son deuxième tour.

### **Partie 2 : Stratégie pour Bob**

On suppose que Bob et Alice ont tous les deux obtenus 8 au premier tour. Bob doit jouer son deuxième tour,

et on suppose qu'Alice jouera ensuite en tenant compte du résultat de Bob et en choisissant la stratégie qui optimise ses chances de victoires.

4. A l'aide de la question 2., donner la probabilité qu'a Bob de gagner s'il obtient un score de 4 au deuxième tour (et donc un total de 12). On expliquera le calcul effectué.

5. De même, à l'aide de la question 3., donner la probabilité qu'a Bob de gagner s'il obtient un score de 3 au deuxième tour. On expliquera le calcul effectué.

6. Sans plus d'explication, remplir un tableau donnant les probabilités de victoire pour Bob suivant chacun des scores possibles qu'il peut obtenir au second tour.

7. Déterminer la stratégie que Bob doit choisir pour optimiser ses chances de victoire. On expliquera le calcul effectué.